2.5.1. Algarismos significativos e notação científica

(i) O que são os algarismos significativos, para que servem

Na *notação científica*, os números são representados por um dígito na posição das unidades e alguns outros depois da vírgula, multiplicando uma potência de 10. Por exemplo, a distância média entre a Terra e a Lua, de aproximadamente 384.400 km, é escrita como

$$3{,}844 \times 10^5 \text{ km}$$

Esta notação tem duas utilidades. Primeiro, serve para facilitar o manuseio de números muito grandes ou muito pequenos, que são comuns em algumas ciências, como a Física e a Química. A massa do Sol, por exemplo, é estimada em 1.900.000.000.000.000. 000.000.000.000.000.000 g, a de um próton em 0,00.000.000.000.000.000.000. 000.17 g. Evidentemente, é muito mais cômodo trabalhar com estes dois valores quando os representamos por $1{,}9\times10^{33}$ g e $1{,}7\times10^{-24}$ g.

Em segundo lugar, esta notação serve para indicar a precisão de uma medida. Quando astrônomos dizem que a distância média da Terra ao Sol é 150.000.000.000 m, estão mencionando um valor aproximado; não querem dizer que sejam "exatamente 150 bilhões de metros, nem mais nem menos"; nem que sejam "aproximadamente 150 bilhões de metros, talvez um metro a mais ou a menos". É mais provável que sejam "aproximadamente 150 bilhões de metros, talvez cinco bilhões a mais ou a menos". Para indicar até que ponto uma medida é precisa, escrevemos todos os algarismos *certos* e apenas o primeiro dos *duvidosos* (estes algarismos são chamados de *significativos*) e completamos o número com a potência de 10 necessária. A distância da Terra ao Sol, por exemplo, com um erro de mais ou menos cinco bilhões de metros, pode ser escrita como $1{,}5\times10^{11}$ m. Fica implícito que o último algarismo (o 5) é duvidoso, e que o erro pode ser de meia unidade a mais ou a menos da ordem deste algarismo; o erro pode ser de $\pm\, 0{,}05\times10^{11}$ m. A distância está portanto entre $1{,}45\times10^{11}$ e $1{,}55\times10^{11}$; entre 145 e 155 bilhões de metros.

Por que o erro é de "meia unidade" a mais ou a menos? Isto pode ser entendido por meio de um exemplo. Suponhamos que eu tenha medido a distância entre duas cidades com o odômetro de meu carro, e encontrado 32,4 km. O odômetro de um carro mede distâncias em *centenas de metros*; pode mostrar 32,3 ou 32,4 ou 32,5 km, mas não os valores intermediários. A distância que medi estava mais próxima de 32,4 km do que de 32,5 ou 32,3; provavelmente era algo entre 32,35 e 32,45 km. Portanto, a medida tem um erro de ± 0,05 km. No total encontrado no odômetro (32,4), os algarismos 3 e 2 são certos; o algarismo 4 é duvidoso. A distância deve portanto ser escrita como $3{,}24 \times 10$ km. Se queremos escrever em metros, $3{,}24 \times10^4$ m (= 32.400 m, com erro de ± 50 m); se escrevo em centímetros, $3{,}24 \times10^6$ cm (= 3.240.000 cm, com erro de ± 5.000 cm).

Se escrevo o valor em centímetros como 3.240.000 cm, estarei errando, pois a medida não tem precisão até os centímetros, e estes zeros todos depois do algarismo 4 não têm nenhum significado. O mesmo ocorre se escrevo como 32.400 m; os dois zeros à direita também não fazem sentido. O que importa é o número de *algarismos significativos*; neste exemplo, a medida tem apenas 3 significativos (3, 2 e 4).

A notação científica também pode ser útil no caso de arredondamentos (veja seção 2.5.2). Se arredondo 387.561 km para a *dezena de milhares* mais próxima, e represento o resultado por $3{,}9\times10^5$ km, o algarismo 9 depois da vírgula será *duvidoso*, pois terá surgido de uma aproximação (o valor *certo* era 8).

Observe que a quantidade de casas decimais depende principalmente da unidade de medida utilizada. Se o comprimento de uma mesa foi medido como 125 cm e decido representar este valor em quilômetros, irei escrever 0,00125 km. Ambas os números, contudo, indicam a mesma medida, tomada com a mesma precisão. É preciso portanto tomar cuidado nestas mudanças de unidade para não dar a impressão de que a precisão da medida tenha se alterado. A quantidade de casas decimais não indica a precisão de uma medida: a medida 32,5 m, feita com três algarismos significativos, é mais precisa que 0,000.003 m, feita com apenas um algarismo significativo. Na notação científica, estes valores seriam representados como $3{,}25 \times 10^1$ m e $0{,}3 \times 10^{-5}$ m, respectivamente, o que deixa claro o número de algarismos significativos em cada medida.

(ii) Operações com algarismos significativos

Quando se fazem cálculos numéricos, quantos algarismos significativos deve ter a resposta? Existem algumas regras determinar o número de significativos que devem ser mantidos no resultado.

Adição e subtração: se todos os números têm a mesma unidade, o resultado deve ter a mesma quantidade de decimais que a parcela que tenha menos decimais, não importando o número de algarismos significativos. Por exemplo:

$13{,}567 \text{ m} + 0{,}43 \text{ m} + 56{,}4 \text{ m} = 70{,}397 \approx 70{,}4 \text{ m}$

A parcela “56,4” tem apenas um decimal, e portanto o resultado também deve ter só um.

Se os números estão medidos em unidades diferentes, é preciso antes convertê-los para a maior destas unidades. Por exemplo, suponhamos que eu suba na balança do banheiro e veja que estou pesando 71,3 kg. Se coloco no pulso um relógio que pesa 45 g, posso dizer que meu peso agora é de 71.345 g? Não, porque convertendo os dois pesos para quilogramas, temos:

$71{,}3 \text{ kg} + 0{,}045 \text{ kg} \approx 71{,}3 \text{ kg}$

Portanto, meu peso com o relógio no pulso é igual ao peso sem o relógio (o que faz sentido, já que a balança não tem precisão suficiente para acusar esta diferença de 45g).

Se os números estão originalmente escritos em notação científica, será preciso reescrevê-los na notação usual, usando decimais, antes de fazer a soma ou subtração.

Multiplicação e divisão: o resultado deve ter a mesma quantidade de algarismos significativos que o fator que tiver a menor quantidade. Se por exemplo multiplico um número que tem cinco algarismos significativos por um que tem dois, o resultado deve ser escrito com apenas dois significativos :

$(1{,}3567\times10) \times (4{,}3\times10^2) = 5833{,}81 \approx 5{,}8\times10^3$

Note que estas regras acima só se aplicam a valores que tenham sido obtidos por *medições*, e tenham por isso precisão limitada pela capacidade do aparelho usado para a medida. Valores vindos de *contagens* (supostamente sem erros), constantes físicas ou matemáticas como π (= 3,141592654...), números fracionários como 45/97 (= 0,46391752...)

ou números irracionais como $\sqrt{2}$ (= 1,41421356...), não são levados em conta, já que se considera que tenham infinitos algarismos significativos, e não afetam portanto a precisão final dos cálculos.

Por exemplo, se quero dividir um total de 153,4 kg de um material em três porções iguais, cada porção terá um peso X igual a

$X = 153{,}4 / 3 = 51{,}13333... \approx 51{,}13$ kg

É mantido no resultado o mesmo número de algarismos significativos (= 4) que tem o peso total, e o número 3 no denominador não é levado em conta. Da mesma forma, se calculo a área S de um círculo cujo raio foi medido como r = 2,17 m, obtenho:

$S = \pi r^2 = \pi \times 2{,}17^2 = 14{,}793445648... \approx 14{,}79$ m^2

A área é escrita com 4 significativos, como o raio, já que o valor π não é levado em conta.

Estas normas, porém, são apenas regras práticas (*rules of thumb*) que visam expressar de forma aproximada a *propagação da incerteza* nos cálculos, comum nas ciências e suas aplicações, e também na Estatística. Todo valor numérico obtido por meio de uma medição é *incerto*, e portanto, todo cálculo feito a partir dele também dá resultados incertos; o importante é delimitar a extensão desta incerteza, e evitar que os resultados finais dos cálculos pareçam ser mais (ou menos) precisos do que são na realidade.

Estas regras por isso têm às vezes que ser modificadas, dependendo do problema. Por exemplo, se peso três vezes um objeto, encontro os valores 22 kg, 22 kg e 23 kg, e desejo calcular sua média,

média = (22 + 22 + 22,3)/3 = 22,333333...

Com certeza não podemos reportar o resultado como "22,333333 kg", como estaria na calculadora, pois isto daria ao leitor a impressão de que as medidas foram feitas com precisão de milionésimos de quilograma, o que não é verdade. Por outro lado, usar as regras acima e reportar a média como "22 kg" também não é correto, pois indica uma perda desnecessária de precisão - a média é mais precisa do que as três medidas originais (afinal, foi por isso mesmo que pesamos o objeto três vezes: para aumentar a precisão do resultado). Provavelmente, o melhor seria reportar a média como 22,3 kg. (Na verdade o que interessa neste problema, para a Estatística, não é calcular o número de algarismos significativos que existem no resultado, mas sim calcular a *margem de erro* desta estimativa, e o *nível de confiança* que podemos lhe atribuir; o problema se torna então um exemplo de *estimação de parâmetros*, o que será visto na seção 4.8).