4.5. Testes de médias com amostras grandes

4.5.1. Introdução e conceitos básicos

Os parâmetros que mais freqüentemente nos interessam são a média aritmética e a proporção de sucessos de uma população, ou a diferença entre as médias ou proporções de duas populações distintas. Na seção anterior vimos os testes de proporções; estes foram relativamente simples, porque as distribuições amostrais necessárias já tinham sido estudadas (a binomial e sua aproximação pela normal). O teste de uma média porém introduz algumas complicações, que veremos a seguir.

Testes de hipóteses sobre médias aritméticas são úteis em várias áreas do conhecimento. Alguns exemplos são:

(1) Suspeita-se que os pacotes vendidos por uma companhia, que supostamente deveriam conter um quilo de açúcar, contém na verdade menos de um quilo. Um fiscal tira uma amostra de 10 destes pacotes para fazer um teste, e verifica que eles têm um peso médio de 980 g. O que ele pode concluir daí?

(2) Pesquisadores de um hospital suspeitam que os filhos de mães fumantes nascem com peso menor do que o normal naquela região do país, que é de 3100 g. Numa amostra de 74 nascimentos de filhos de mães fumantes, os pesquisadores encontraram um peso médio de 2780 g. Podem concluir daí que o hábito de fumar da mãe afeta o peso ao nascer da criança?

(3) Devido ao excesso de pesca, surgiu a hipótese de que o peso médio dos peixes de uma espécie comum no Atlântico Norte está diminuindo, porque os peixes não têm tempo de crescer suficientemente antes de serem pescados. Esta espécie tinha anteriormente peso médio de 28,0 kg, com desvio padrão de 4,0 kg. Pesquisadores retiraram uma amostra de 60 destes peixes, e encontraram um peso médio de 26,0 kg. Este resultado é uma evidência de que o peso dos peixes está diminuindo?

Tomemos como exemplo o último destes problemas. Para fazer um teste, a hipótese nula (H_0) é a de que a média do peso dos peixes continua sendo 28,0 kg, como era antes. Como em todo teste estatístico, a pergunta-chave que o pesquisador deve fazer é: se H_0 for verdadeira, o que é mais provável que eu encontre na amostra? Intuitivamente, esperaríamos que o peso médio da amostra estivesse por perto de 28,0 kg. Suponha porém que, em uma amostra de 60 peixes tenha sido obtida uma média de 26,0 kg, dois quilos a menos do que do que esperávamos. Esta diferença pode ser considerada uma evidência contra a hipótese? Qual é a probabilidade de encontrarmos uma amostra de média igual ou menor que 26,0 kg, se a hipótese for verdadeira? (note que, como o peso é uma variável *contínua*, não faz sentido perguntar a probabilidade de a média ser *igual* a 26 kg, pois esta probabilidade é nula; testamos portanto a probabilidade $P(X \leq 26)$.

Nas três seções abaixo, apresentaremos alguns conceitos básicos necessários para o estudo dos testes de hipótese: *distribuição amostral, população* e *amostra.*

(i) Distribuições amostrais

Para calcular a probabilidade de uma média ser encontrado na amostra, precisamos de um modelo teórico que nos permita calcular a distribuição de probabilidades destas médias quando a hipótese for verdadeira. Este modelo, baseado nos modelos de VAC que vimos antes (seção 3.4), é chamado de *distribuição amostral* da média; os modelos de distribuição amostral de qualquer estatística amostral (média, proporção, diferenças entre médias de duas amostras, etc.) são a base de toda a Inferência Estatística. Veremos a seguir teoremas sobre estes modelos, para diversos tipos de teste.

Na próxima seção (4.5.2), porém, iremos abordar o problema de outra forma: em vez de calcular a probabilidade usando métodos analíticos, iremos simular a distribuição amostral no computador para avaliar, intuitivamente, quão forte é a evidência trazida por uma amostra contra a hipótese nula. Estes métodos de simulação computacional se tornaram mais acessíveis à medida que os computadores e os programas estatísticos foram ficando mais baratos e mais rápidos. Atualmente, são muito usados para analisar problemas que seriam intratáveis analiticamente; além disso, são úteis em problemas simples como este teste de média, pois podem levar o estudante a compreender melhor o raciocínio que está por trás da inferência estatística. (A simulação de variáveis aleatórias, populações e amostras, usando R, é vista na Seção 3.6.2)

(ii) População

Dissemos no início deste capítulo que o termo "população" em Estatística é usado de forma mais ampla do que na linguagem comum (seção 4.1). Para os estatísticos, a população de interesse pode ser o conjunto de habitantes de uma região (se querem estimar por exemplo qual é o salário médio de um brasileiro, ou comparar o salário médio de um trabalhador paulista com o de um nordestino), mas pode ser também o conjunto de animais de uma certa espécie e raça (se querem estimar a produção média de leite das vacas de uma certa raça), de lâmpadas já produzidas, ou que serão produzidas, por uma fábrica (se querem estimar a duração média destas lâmpadas), ou o conjunto de pacotes de arroz produzidos por uma indústria (se querem estimar o peso médio destes pacotes). Nestes problemas, à população de objetos reais (pessoas, vacas, lâmpadas, pacotes) corresponde uma população teórica de números (o salário, a produção de leite, a duração da lâmpada, o peso de um pacote), que é aquela com a qual a Estatística vai realmente trabalhar - por exemplo, para estimar sua média ou seu desvio-padrão.

Em outros problemas, os estatísticos não estão interessados em números, mas sim em atributos (variáveis não-numéricas); não procuram estimar médias e desvios-padrões, mas sim a proporção ou porcentagem de elementos que têm um determinado atributo; por exemplo, na população de habitantes de um país, a proporção que vai apoiar o candidato X na próxima eleição, ou a proporção que é portadora do vírus Y; ou, na população de máquinas produzidas por uma fábrica, a proporção que irá apresentar defeito dentro do prazo de garantia.

Alguns autores definem "população" neste sentido mais amplo; por exemplo, Everitt e Skrondal (2010): "Na Estatística, este termo é usado para qualquer coleção finita ou infinita de 'unidades', que freqüentemente são pessoas, mas podem também ser, por exemplo, instituições, eventos, etc." Outros preferem definir população de forma mais restrita, como Bhattacharyya e Johnson (1977): "uma população estatística é uma coleção de números". Isto faz sentido quando dizemos, por exemplo, que o pressuposto em um certo teste estatístico é o de que "a população tenha distribuição normal" (por exemplo, nos testes com amostras pequenas); neste caso, a população é obviamente o conjunto de números, pois a distribuição normal é um modelo para variáveis numéricas. No entanto, esta definição não considera que uma população também pode ser um conjunto de atributos, em vez de números. Nos textos seguintes, preferimos usar o termo "população" de forma mais geral, podendo significar tanto um conjunto de números ou atributos, quanto o conjunto de elementos que estes números ou atributos representam (pessoas, animais, objetos, etc.).

(iii) Amostra

Uma "amostra" é um subconjunto de uma população, extraído para fins de estudo. Usamos amostras porque, por várias razões, não podemos estudar a população toda (veja seção 4.1). Amostras devem ser, em princípio, *aleatórias*; isto é, devem ter sido extraídas da população por alguma forma de sorteio. Isto é necessário para que possamos fazer *Inferência Estatística*; se usarmos uma amostra cujos elementos foram escolhidos por meio de algum critério que não envolva aleatoriedade, não poderemos empregar a teoria de probabilidades ou os modelos de variáveis aleatórias. (Suponha, por exemplo, que fazemos o teste estatístico das tachinhas da seção 4.3.1 com os estudantes numa sala de aulas. Contudo, os estudantes, ao invés de lançarem as 20 tachinhas, retiram-nas de uma caixa e as colocam no topo da mesa, da maneira que quiserem; este experimento será inútil, e não poderemos chegar a nenhuma conclusão, já que a posição das tachinhas é escolhida por cada estudante, e não determinado pelo acaso; não poderemos por isso usar o modelo de distribuição binomial).

A forma mais simples de amostra é a *Amostra Aleatória Simples* (AAS), na qual os elementos são escolhidos por um simples sorteio entre os elementos da população. Este tipo de amostra, porém, nem sempre é encontrado na prática. Por exemplo, se queremos estudar o peso dos peixes de uma espécie, como no exemplo (3) acima, não podemos simplesmente numerar todos os peixes do oceano, sortear os números, e depois procurar os peixes correspondentes a cada número. Existem por isto diversas outras formas de sorteio; alguma destas formas exigem que os dados seja analisados segundo técnicas específicas. O estudo destas formas de sortear as amostras e de analisar os resultados é feito na área da Estatística conhecida como *Teoria da Amostragem* (seção 5.1). Todas as técnicas de Estatística Básica que veremos a seguir pressupõem que as amostras usadas sejam AAS, para simplificar a teoria.

Em algumas áreas, o termo amostra é usado com um sentido um pouco diferente do usado na Estatística. Para testar os vergalhões usados na construção civil, por exemplo, engenheiros devem retirar pedaços destes vergalhões e submetê-los a testes de tração. Engenheiros normalmente chamam estes pedaços de "amostras" do material; para os estatísticos, porém, estes pedaços não são a amostra, mas os *elementos* de uma amostra; se você tem 5 destes pedaços, não tem 5 amostras, mas uma única amostra de n=5.

Referências

Bhattacharyya, Gouri K., e Johnson, Richard A. (1977). *Statistical Concepts and Methods*. John Wiley.
Everitt, B. S. e Skrondal, A. (2010). *The Cambridge Dictionary of Statistics*, 4th ed. Cambridge Univ. Press.