

## 4. Inferência Estatística

### 4.1. Introdução

#### 4.1.1. Populações

Começamos neste capítulo o estudo da *Inferência*, que é a parte da Estatística que nos permite tirar conclusões sobre populações a partir de amostras. “População” aqui não é necessariamente um conjunto de pessoas; pode ser também um conjunto de animais, objetos ou eventos que nos interessa estudar. Alguns estatísticos definem “população” como o conjunto de *números* ou de *atributos* que representam estas pessoas, animais, objetos ou eventos. As idades de cada um dos habitantes de um país, por exemplo, forma uma população de números (a *distribuição etária* daquele país). As religiões de cada um destes habitantes ou suas opiniões políticas, formam uma população de *atributos* (mais detalhes sobre estas definições na seção 4.5.1).

Um população de números pode surgir de *contagens* feitas sobre cada elemento de um conjunto (e.g., o número de filhotes que cada fêmea de um espécie animal tem por ano) ou de *medições* feitas sobre eles (e.g. o peso de cada animal desta espécie). Uma população também pode surgir de considerações teóricas: podemos imaginar que infinitas repetições de um experimento aleatório (por exemplo, lançamentos de um dado) geram uma população infinita de resultados hipotéticos, e que um conjunto finito de repetições deste experimento gera uma amostra desta população.

#### 4.1.2. Testes de Hipótese x Estimação de Parâmetros

As “conclusões sobre populações” que a Inferência nos permite tirar são basicamente de dois tipos. Primeiro, podemos testar alguma *hipótese* que já tenhamos sobre o valor de um determinado parâmetro, e decidir se esta hipóteses pode ou não ser aceita como verdadeira (*Teste de Hipótese*). Segundo, podemos fazer uma *estimativa* do valor de algum parâmetro desconhecido que nos interessa, a partir do que é observado na amostra (*Estimação de Parâmetros*). Todas as técnicas de Inferência – de testes ou de estimação – são baseadas na Teoria de Probabilidades; isto significa que todas as conclusões podem chegar a ser *altamente prováveis*, mas nunca serão *certas*.

Exemplos de *testes de hipótese* são encontrados no controle de qualidade, onde temos que comparar os valores dos parâmetros de uma variável com algum valor de referência exigido por acordos comerciais, normas técnicas ou leis. Um exemplo destes problemas, na sua forma clássica, seria: um fabricante produz um tipo de peças e afirma que apenas 3% delas são defeituosas (não compensa tentar produzir todos as peças perfeitas; fica mais rápido e barato admitir que uma pequena porcentagem delas tenha defeito). O comprador, ao receber lotes destas peças, considera esta afirmação do fabricante como uma hipótese, e faz testes para verificar se ela é verdadeira ou não. Numa amostra de 100 peças, por exemplo, ele espera encontrar cerca de três defeituosas, se a afirmação for verdadeira; se encontrar muito mais que três, irá suspeitar de que a afirmação é falsa (isto é, de que a porcentagem de peças defeituosas é *maior* que 3%). Problemas deste tipo dão origem aos testes de *proporções* e de *médias*. Há uma grande variedade de outros testes: testes da diferença entre as

médias de dois grupos (por exemplo, na Medicina, feitos para comparar os resultados médios de dois tratamentos), testes da diferença das proporções de um atributo em dois grupos, testes da variância (útil no controle de qualidade), etc.; estudaremos a seguir alguns dos que são usados com mais frequência.

Exemplos de *Estimação de Parâmetros* são os resultados das pesquisas de intenção de voto feitas antes de eleições. As empresas de pesquisa entrevistam uma amostra de eleitores e, a partir das proporções de eleitores favoráveis a cada candidato encontradas nesta amostra, procuram estimar qual deve ser a proporção de eleitores favoráveis a cada candidato na população. Os leigos normalmente desconfiam destes resultados - como é possível que, depois de entrevistar apenas uns dois ou três mil eleitores (os jornais costumam indicar o tamanho da amostra no rodapé das tabelas), os pesquisadores possam dizer o que pensam todos os 150 milhões de eleitores brasileiros? Afinal, apenas 1 em cada 50.000 eleitores foi entrevistado, a amostra parece pequena demais - como é possível chegar a conclusões exatas? É preciso notar, em primeiro lugar, que os resultados *não são* exatos; têm sempre uma margem de erro, em geral em torno de  $\pm 2\%$  (depende do tamanho da amostra). Portanto, se a pesquisa diz que o candidato conta com 34 % dos votos, ele na verdade deve contar com algo entre 32 a 36 %. Mesmo assim, a conclusão pode parecer surpreendente; como podem ter certeza de que o número estará neste intervalo? A resposta é: não podem. Nenhum tipo de inferência estatística pode levar a resultados *certos*. O que a pesquisa pode dizer é que há *uma grande probabilidade* (em geral 0,95) de este intervalo conter o valor desejado. Ou seja, quando o jornal publica a afirmação de que o candidato conta com 34% dos votos, na verdade quer dizer que há 0.95 de probabilidade de o intervalo de 32% a 36% conter a verdadeira proporção de votos que este candidato tem. Este intervalo é chamado de *intervalo de confiança*. (Veremos *estimação de parâmetros* na seção 4.8).

Estes dois grupos de técnicas - *Testes de Hipóteses* e *Estimação de Parâmetros* - se sobrepõem, e levam a resultados comparáveis; há muitos problemas que podem ser resolvidos tanto por meio de testes quanto por meio de estimação. Os dois grupos se desenvolveram independentemente, a partir do trabalho de grupos separados de pesquisadores; foi somente lá pelos anos 1930 que se reuniram numa mesma metodologia.

Todas estas técnicas de Inferência em geral funcionam bem quando podemos ajustar à variável de interesse um modelo de variável aleatória; as técnicas básicas que veremos sempre envolvem de alguma forma o modelo de distribuição normal (seção 3.4.4). Há contudo várias outras técnicas de inferência que não exigem nenhuma pressuposição sobre modelos; por exemplo, testes que verificam se duas populações têm a mesma distribuição, sem ter que especificar um modelo para ela. Estes testes são chamados de *não-paramétricos*; veremos alguns deles na seção 5.4.

#### 4.1.3. Porque usar amostras

Evidentemente, as conclusões obtidas por Inferência Estatística nunca serão *certas*; não podemos ter *certeza* de um resultado obtido partir do estudo de amostras, pois cada amostra irá fornecer resultados diferentes (o que é chamado *erro de amostragem*, ou *erro amostral*). A partir de um estudo probabilístico, contudo, poderemos obter resultados *altamente prováveis*, suficientemente próximos da certeza para fins práticos ou científicos.

Cada estimativa feita a partir de uma amostra será diferente da estimativa feita a partir de outra amostra. Como saber qual delas é a “correta”, a mais próxima do valor ver-

dadeiro? Numa pesquisa real, nunca saberemos, já que não conhecemos o valor verdadeiro (é justamente o que estamos procurando descobrir!). Se não é possível ter certeza de que o resultado é correto, por que fazer inferência? Por que usar amostras, ao invés de estudar a população toda? Pode haver várias razões:

- Porque a população é infinita, ou muito grande; não há tempo ou dinheiro suficientes para estudar mais do que uma amostra dela;
- Porque a população não é tão grande, mas é difícil de alcançar. Por exemplo, suponha que biólogos desejam estudar os *rinocerontes de Sumatra*; acredita-se que atualmente existam menos de 80 deles, mas estão localizados em diferentes países da Ásia, em áreas de difícil acesso.
- Porque a medição ou o teste que se pretende fazer com cada elemento da amostra é caro ou demorado; não há tempo ou dinheiro para fazê-lo com a população toda, mesmo que a população seja relativamente pequena.
- Porque o teste que se pretende fazer envolve um certo grau de risco; por exemplo, testes de novos medicamentos ou vacinas. Quando o teste destes é feito, os possíveis efeitos colaterais ainda não são bem conhecidos; os pacientes que participam do teste sempre estão expostos a algum risco.
- Porque o teste que se pretende fazer é destrutivo; portanto, é preciso retirar amostras da população, para sacrificá-la. (Isto acontece frequentemente em Engenharia; testar um material normalmente significa destruir amostras deste material).

Toda inferência feita a partir de amostras por meio de técnicas estatísticas, portanto, contém erros em maior ou menor grau. A vantagem de usarmos estas técnicas, em vez de simplesmente fazermos estimativas empíricas, é que a margem de erro das estimativas por inferência pode ser controlada – a conclusão nunca será absolutamente certa, mas poderemos planejar o trabalho de forma a obter resultados dentro de uma margem de erro aceitável. Além disso, é ilusão achar que a pesquisa feita com toda a população (quando possível) poderia ser feita absolutamente sem erro. Como na maioria das vezes as populações são muito grandes, o trabalho seria longo, com uma logística complicada, e erros acabariam se introduzindo de alguma forma.

---

### Resumo

- As técnicas de *Inferência Estatística* nos permitem tirar conclusões sobre uma *população*, a partir do que foi observado numa *amostra*.
- Há dois grupos de técnicas de Inferência – *testes de hipótese* e *estimação de parâmetros*.
- Os *testes de hipótese* nos permitem testar se alguma *hipótese* que temos sobre o valor de um parâmetro é verdadeira ou não.
- A *estimação de parâmetros* nos permite fazer uma *estimativa* do valor de algum parâmetro de interesse.
- A inferência é feita a partir de *amostras*, porque geralmente é impossível trabalhar com a população toda.
- Cada amostra produz um resultado um pouco diferente do de outra amostra; a inferência por isso nunca pode nos levar conclusões *certas*.
- Todas as técnicas de inferência são baseadas na Teoria de Probabilidades; as conclusões nunca serão *certas*, mas podem ser *altamente prováveis*.